DS 1 - novembre 2018

département Mesures Physiques - IUT1 - Grenoble

1. **six questions courtes :** (1 point par question)

   (a) Exprimer $\sin(x - \pi/2)$ en fonction de $\cos(x)$ et de $\sin(x)$.

   (b) Donner le module et l'argument du nombre complexe $(-2+2i)^4$.

   (c) Donner la valeur de $\arccos(-1/2)$.

   (d) Résoudre sur $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 + 1 = 0$

   (e) Développer l'expression $(1-2x)^3$.

   (f) Donner la différentielle de $f(x,y) = (1+x^2y)^3$.

2. **cinq questions un peu moins courtes :** (2 points par question)

   (a) R, C, ω sont des réels strictement positifs.
   Donner le module et l'argument de $\dfrac{1}{\dfrac{1}{R} + jC\omega}$ (R, C, ω étant des réels strictement positifs)

   (b) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $-\cos(x) + 2\sin(x) = 2$.

   (c) Linéariser $\cos^2(\theta)\sin(\theta)$.

   (d) Factoriser sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ le polynôme $6X^3 + 8X^2 - 10X - 4$.

   (e) On pose $f(x) = \dfrac{(e^x - e^{-2x})^2}{e^{2x}} - 1$. Simplifier l'expression de $f(x)$ puis résoudre l'équation $f(x) = 0$.

3. **droite de tendance passant par l'origine** (4 points) :
   On fixe trois points distincts du plan de coordonnées (x_1, y_1), (x_2, y_2) et (x_3, y_3).
   Si a est un réel (variable), on définit $E(a) = (y_1 - ax_1)^2 + (y_2 - ax_2)^2 + (y_3 - ax_3)^2$.
   Les questions a, b et c sont indépendantes.

   (a) s'il existe a tel que $E(a) = 0$, que peut-on dire des trois points ?

   (b) calculer $E'(a)$.

   (c) donner la limite quand a tend vers $+\infty$ et la limite quand a tend vers $-\infty$ de $E(a)$.

   (d) déduire de ce qui précède que E admet une valeur minimale, et préciser la valeur de a correspondante (en fonction de x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 et y_3).