

dérivées

si  $f$  et  $g$  sont deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$ ,

$$(f + g)' = f' + g',$$

$$(fg)' = f'g + g'f,$$

et si  $g$  ne s'annule pas sur  $I$ ,  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$

en particulier :  $\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$

si  $f$  est dérivable sur  $I$  et si  $g$  est dérivable sur  $f(I)$ ,  $(g \circ f)' = f' \times g' \circ f$

exemples :

$$\exp(f)' = f' \times \exp(f)$$

$$\sqrt{f}' = \frac{f'}{2\sqrt{f}} \text{ etc.}$$

si  $f^{-1}$  est la réciproque de  $f$ ,

alors  $f^{-1}$  est dérivable sur  $f(I)$  et  $(f^{-1})' = \frac{1}{f'(f^{-1})}$

si  $f$  est dérivable sur  $I$  et à valeurs strictement positives, si  $\alpha$  est un réel,

$$(f^\alpha)' = \alpha f' f^{\alpha-1}, \text{ et en particulier } \sqrt{f}' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}.$$

(si  $\alpha$  est un entier naturel, il est inutile de supposer  $f$  strictement positive)

$f(x)$	$f'(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x^\alpha$	$\alpha x^{\alpha-1}$ ( $\alpha$ réel)
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\ln x $	$\frac{1}{x}$
$\exp(x)$	$\exp(x)$

si  $a$  et  $b$  sont constantes,  
pour dériver par  $f(ax + b)$ ,  
remplacer  $x$  par  $ax + b$  dans  $f'(x)$ ,  
**ET** multiplier l'expression par  $a$

exemple :

la dérivée de  $(3x + 1)^4$  est  $12(3x + 1)^3$

$f(x)$	$f'(x)$
sh $x$	ch $x$
ch $x$	sh $x$
th $x$	$\frac{1}{\text{ch}^2(x)} = 1 - \text{th}^2(x)$
argsh $x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
argch $x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$
argth $x$	$\frac{1}{1 - x^2}$

**primitives**

Il est **indispensable** de connaître au minimum le tableau de gauche.

$a$  désigne un réel non nul quelconque.

fonction	primitive	fonction	primitive
si $\alpha \neq -1, (x - a)^\alpha$	$\frac{(x - a)^{\alpha+1}}{\alpha + 1}$	$\frac{1}{\sin x}$	$\ln \left  \tan\left(\frac{x}{2}\right) \right $
$\frac{1}{x - a} = (x - a)^{-1}$	$\ln  x - a $	$\frac{1}{\cos x}$	$\ln \left  \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right $
$e^{ax+b}$	$\frac{e^{ax+b}}{a}$	$\frac{1}{\tan x}$	$\ln  \sin x $
$\ln(ax + b)$	$(ax + b)(\ln  ax + b  - 1)$	$\frac{1}{a^2 - x^2}$	$\frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x + a}{x - a} \right $ (ou $\frac{1}{a} \operatorname{argth} \frac{x}{a}$ )
$\sin(ax + b)$	$-\frac{\cos(ax + b)}{a}$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$	$\ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$ (ou $\operatorname{argsh}\left(\frac{x}{ a }\right)$ )
$\cos(ax + b)$	$\frac{\sin(ax + b)}{a}$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$	$\ln(x + \sqrt{x^2 - a^2})$ (ou $\operatorname{argch}\left(\frac{x}{a}\right)$ )
$\tan(ax + b)$	$-\frac{\ln  \cos(ax + b) }{a}$	$\frac{1}{a^2 + x^2}$	$\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$
$\frac{1}{a^2 + x^2}$	$\frac{1}{2} \ln(x^2 + a^2)$	$\frac{x}{a^2 + x^2}$	$\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$
$\frac{x}{a^2 + x^2}$			$\arcsin \frac{x}{a}$

**Quelques exemples où l'on reconnaît une dérivée de fonction composée :**

fonction	primitive
$f f'$	$f^2/2$
$f'/f$	$\ln  f $
$f' \exp(f)$	$\exp(f)$
$f' \cos(f)$	$\sin(f)$
$f' \sin(f)$	$-\cos(f)$