

1. fractions, puissances

(a) simplifier les fractions $\frac{12x^2}{\frac{3}{x}}$ et $\frac{12x^2}{\frac{3}{x}}$

corrigé succinct : $4x^3$ et $4x$

(b) mettre sous la forme de fraction l'expression $x - 3 + \frac{8}{x+2} - \frac{1}{x+1}$

corrigé succinct : $\frac{x^3}{(x+1)(x+2)}$

(c) simplifier l'expression $(x^3)^{-1/6}$

corrigé succinct : $1/\sqrt{x}$

(d) simplifier l'expression $\frac{a^{-2}(a^2)^3}{a^2a^{-3}}$

corrigé succinct : a^5

(e) simplifier l'expression $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$
(indication : revoir les suites géométriques !)

corrigé succinct : $\frac{1 - (1/3)^6}{1 - 1/3} = \frac{728}{2} = \frac{364}{1}$

2. identités remarquables, équations du second degré

(a) développer $(2x + 3)^2$

(b) développer $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

(c) montrer que $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = 2 - \sqrt{3}$

(d) factoriser $x^2 + 6x + 9$

(e) factoriser $2x^2 - 8$, puis résoudre l'équation $2x^2 - 8 = 0$

(f) résoudre l'équation $3x^2 + x/2 - 1 = 0$

corrigé succinct : $x = 1/2$ ou $x = -2/3$

3. nombres complexes

(a) mettre sous forme algébrique $(3 + i)(2 - i)$

(b) mettre sous forme algébrique $\frac{1 - i}{3 + i}$

(c) mettre sous forme algébrique $2e^{-i\pi/3}$

(d) donner le module et l'argument du nombre complexe $4 - 4i$

(e) donner le module et l'argument du nombre complexe $-e^{i\pi/2}$

(f) résoudre l'équation $x^2 + 4 = 0$

(g) résoudre l'équation $x^2 - x + 2 = 0$

4. logarithmes et exponentielles

(a) simplifier $e^{-\ln(1/x)}$

(b) simplifier $e^{2\ln(x)}$

(c) simplifier $\ln(\sqrt{e^x})$

(d) résoudre l'équation $3^x = 4$

(e) résoudre l'équation $\frac{e^x + 1}{e^x - 4} = \frac{-1}{2}$

(f) résoudre l'équation $\ln(x + 3) = -\ln(x + 2)$

5. sinus et cosinus

(a) donner le cosinus et le sinus des angles $\pi/6, -\pi/4, 4\pi/3$

(b) résoudre l'équation $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(c) étudier la fonction $f(x) = 2 \cos(2x - \pi/3)$

Préciser en particulier sa période, les valeurs maximales et minimales de $f(x)$, les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ passe par un maximum, par un minimum, par 0

6. limites

(a) déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $2x - e^x$

(b) déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{x^3 + 2}{3 - x^4}$

(c) déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{e^x}{x^3 + 1}$

(d) déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{\ln(x^2)}{x^3}$

(e) déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $e^{-x} \cos(x)$

(f) déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{\cos(2x + 1)}{x^2}$

7. dérivées

(a) donner la dérivée de $\frac{x}{x + 1}$

(b) donner la dérivée de $\cos(3x + 2)$

(c) donner la dérivée de $\sin(x)^3$

(d) donner la dérivée de $\ln(2x - 1)$

(e) donner la dérivée de $\frac{\ln(2x)}{x}$

(f) donner la dérivée de $e^{1/x}$

(g) donner la dérivée de e^{2x-3}

(h) donner la dérivée de $\ln(2x - 1)$

(i) donner la dérivée de $\sqrt{3x + 1}$

8. intégrales

(a) calculer $\int_0^{\pi/2} \cos(3x + \pi/4) dx$

(b) calculer $\int_0^1 \sqrt{x} dx$

(c) calculer $\int_0^1 \exp(-x) dx$

(d) calculer $\int_0^1 \frac{1}{2x + 1} dx$

(e) calculer $\int_0^1 \frac{1}{(3x - 1)^2} dx$

9. géométrie

On fixe un repère orthonormé du plan.

(a) on considère les points $A(1, 2)$ et le point $B(2, -3)$: déterminer le vecteur \vec{AB} et la distance AB

(b) déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $A(1, 2)$ et le point $B(2, -3)$

(c) calculer le produit scalaire du vecteur de coordonnées $(1, 1)$ avec le vecteur de coordonnées $(-2, 2)$.

Quel est l'angle entre ces 2 vecteurs ?

(d) calculer le produit scalaire du vecteur de coordonnées $(-1, 0)$ avec le vecteur de coordonnées $(\sqrt{3}, -1)$.

Quel est l'angle entre ces 2 vecteurs ?