

IUT GMP2 Groupe K Mathématiques, 21/6/2004

Calculatrices autorisées ;

documents autorisés : 1 feuille A4 recto-verso uniquement.

1. On considère une cuve cylindrique (sans couvercle) de base circulaire, de rayon R et hauteur h .
 - (a) Calculer la surface de la cuve.
 - (b) Calculer par une intégrale triple en coordonnées cylindriques le volume de la cuve.
 - (c) Comment choisir R et h pour obtenir une cuve de volume $1m^3$ et de surface minimale ?
2. Soit T le triangle de sommets $(0,0)$, $(\pi,0)$ et (π,π) . Calculer l'intégrale

$$I = \int \int_T \cos^2 x \sin y \, dx dy.$$

3. On considère le solide de densité volumique constante égale à 1
 $C = \{(x,y,z) \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 1\}$.
 - (a) Reconnaître C . Donner sa masse et les coordonnées de son centre d'inertie.
 - (b) Calculer le moment d'inertie de C par rapport au point $(0,0,0)$.
 - (c) Calculer le moment d'inertie de C par rapport à la droite d'équations $x = y = -z$.
4. Dans le plan (Oxz) on considère $D = \{(x,z) \mid x \geq 0, z \leq x, x^2 + z^2 \leq 1\}$, puis le solide S obtenu en faisant pivoter D autour de l'axe (Oz) .
 - (a) Dessiner D et S .
 - (b) Décrire S à l'aide des coordonnées sphériques.
 - (c) Calculer la masse de S et les coordonnées de son centre de gravité (on considère que la densité volumique est constante égale à 1).
 - (d) Calculer le moment d'inertie de S par rapport à l'axe (Oz) .
5. On considère le solide $T = \{(x,y,z) \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 0 < x + y + z < 1\}$, de densité volumique $\rho(x,y,z) = xyz$. On note G , de coordonnées (G_x, G_y, G_z) , son centre de gravité.
 - (a) Calculer la masse de T .
 - (b) Expliquer (sans calculs) pourquoi $G_x = G_y = G_z$.
 - (c) Calculer les coordonnées de G .